



Universidade Federal do Espírito Santo

Centro de Ciências Exatas

Programa de Pós-Graduação em Física

Av. Fernando Ferrari, 514, 29075-910. Vitória, ES - Brasil.
E-mail: ppgfis.ufes@gmail.com. Telefone: +55-27-4009-2833

Exame de ingresso 2017/2

INSTRUÇÕES

- i. **Código da prova.** Imediatamente antes da prova começar, deve-se sortear um número para cada candidato. Em uma folha contendo todos os números sorteados, cada candidato deve escrever seu nome e assinar ao lado do seu número correspondente.
- ii. **Identificação.** Ao receber a prova, **todas** as folhas da prova devem ser identificadas com o código da prova. O nome do candidato ou qualquer outra identificação não pode ser escrita na prova, sob pena de anulação da mesma.
- iii. **Folhas de questões.** Cada questão deve ser respondida na folha correspondente (o verso pode ser usado também).
- iv. **Folhas extras.** Essas folhas não contém um número de questão impresso, pois essa informação precisa ser completada pelo candidato, em acordo com a questão que se pretende responder. Não é aceito o uso de uma mesma folha para responder a mais de uma questão. Uma folha extra sem número de questão, ou com mais de um número de questão, pode ser considerada como rascunho do candidato, sem valor para pontuação.
- v. **Consultas.** Não é permitido nenhum tipo de consulta durante a prova.
- vi. **Aparelhos eletrônicos.** O uso de equipamentos eletrônicos como computadores, celulares e calculadoras não é permitido.
- vii. **Duração da prova.** A prova tem duração de quatro horas.
- viii. **Entrega da prova.** Ao terminar a prova, o aluno deve entregar todas as folhas que recebeu no início da prova, mesmo que não tenha escrito nada além do código da prova.
- ix. **Respostas.** As respostas podem ser escritas em espanhol, inglês ou português.



Questão 1 (2,5 pontos)

A equação de onda com uma dimensão espacial,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

onde E é o campo elétrico, pode ser transformada pela mudança de variáveis

$$\xi = t + \sqrt{\epsilon\mu}x$$

$$\eta = t - \sqrt{\epsilon\mu}x$$

numa equação facilmente integrada. Mostre que a solução é dada por:

$$E(x, t) = E_1(\xi) + E_2(\eta),$$

onde $E_1(\xi)$ e $E_2(\eta)$ são funções arbitrárias.



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: _____

Questão 2 (2,5 pontos)

É dada uma onda plana caracterizada por um E_x , B_y , propagando-se no sentido positivo de z ,

$$\mathbf{E} = \hat{i}E_0 \text{sen}[2\pi(z - ct)/\lambda].$$

Demonstre que é possível tomar o potencial escalar $\phi = 0$ e encontre um potencial vetor \mathbf{A} possível que satisfaça a condição de Lorentz.



Questão 3 (2,5 pontos)

- a) (0,5 ponto) Apresente a relação entre um estado quântico no quadro de Heisenberg $|\psi_H\rangle$ com sua representação no quadro de Schroedinger $|\psi_S\rangle$.
- b) (0,8 ponto) Seja $A(t)$ um observável, cujo valor esperado é denotado por $\langle A(t) \rangle$. Seja $A_H(t)$ e $A_S(t)$ as descrições desse observável nas representações de Heisenberg e de Schroedinger. Qual a relação entre $A_H(t)$ e $A_S(t)$? Verifique em detalhes que o valor esperado $\langle A(t) \rangle$ independe da representação utilizada.
- c) (1,2 pontos) Para uma função f no espaço de fase, sabe-se da mecânica analítica que sua derivada temporal total pode ser expressa por meio dos parênteses de Poisson e da Hamiltoniana, tal como segue:

$$\frac{df}{dt} = \{f, H\} + \frac{\partial f}{\partial t}.$$

Na mecânica quântica, há uma expressão de forma semelhante que aparece da relação entre dA_H/dt com dA_S/dt , na qual o comutador aparece no lugar dos parênteses de Poisson. A partir de relação entre A_H e A_S obtida no item anterior, encontre essa expressão.



Questão 4 (2,5 pontos)

Considere um oscilador harmônico unidimensional com massa m e frequência w conhecidas, descrito pela equação:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{mw^2x^2}{2}$$

onde p e x são os operadores momento e posição, respectivamente.

A partir das equações de Heisenberg, mostre que:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = -mw^2x \\ \frac{dx}{dt} = \frac{p}{m} \end{cases}$$

Sabendo que:

$$\begin{cases} H = \hbar w(N + \frac{1}{2}) \\ N = a^\dagger(t)a(t) \end{cases}$$

mostre que H e N são independentes do tempo.

Mostre que:

$$\begin{cases} x(t) = x(0) \cos(wt) + \frac{p(0)}{mw} \text{sen}(wt) \\ p(t) = -mw x(0) \text{sen}(wt) + p(0) \cos(wt) \end{cases}$$

Dados:

$$\begin{cases} a \equiv \sqrt{\frac{mw}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{mw} p \right) \\ a^\dagger \equiv \sqrt{\frac{mw}{2\hbar}} \left(x - \frac{i}{mw} p \right) \end{cases}$$



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: _____

Folha extra 1

Questão _____



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: _____

Folha extra 2

Questão _____



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: _____

Folha extra 3

Questão _____



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: _____

Folha extra 4

Questão _____



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: _____

Rascunho



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: _____

Rascunho