



Universidade Federal do Espírito Santo

Centro de Ciências Exatas

Programa de Pós-Graduação em Física

Av. Fernando Ferrari, 514, 29075-910. Vitória, ES - Brasil.  
E-mail: ppgfis.ufes@gmail.com. Telefone: +55-27-4009-2833

### Exame de ingresso 2017/1

#### INSTRUÇÕES

- i. **Código da prova.** Imediatamente antes da prova começar, deve-se sortear um número para cada candidato. Em uma folha contendo todos os números sorteados, cada candidato deve escrever seu nome e assinar ao lado do seu número correspondente.
- ii. **Identificação.** Ao receber a prova, **todas** as folhas da prova devem ser identificadas com o código da prova. O nome do candidato ou qualquer outra identificação não pode ser escrita na prova, sob pena de anulação da mesma.
- iii. **Folhas de questões.** Cada questão deve ser respondida na folha correspondente (o verso pode ser usado também).
- iv. **Folhas extras.** Essas folhas não contém um número de questão impresso, pois essa informação precisa ser completada pelo candidato, em acordo com a questão que se pretende responder. Não é aceito o uso de uma mesma folha para responder a mais de uma questão. Uma folha extra sem número de questão, ou com mais de um número de questão, pode ser considerada como rascunho do candidato, sem valor para pontuação.
- v. **Consultas.** Não é permitido nenhum tipo de consulta durante a prova.
- vi. **Aparelhos eletrônicos.** O uso de equipamentos eletrônicos como computadores, celulares e calculadoras não é permitido.
- vii. **Duração da prova.** A prova tem duração de quatro horas.
- viii. **Entrega da prova.** Ao terminar a prova, o aluno deve entregar todas as folhas que recebeu no início da prova, mesmo que não tenha escrito nada além do código da prova.
- ix. **Respostas.** As respostas podem ser escritas em espanhol, inglês ou português.



## Questão 1 (2,5 pontos)

Uma esfera condutora de raio  $a$  e carga total  $Q$  é imersa em um campo elétrico inicialmente uniforme  $\vec{E}_0$ . Encontre o potencial em todos os pontos externos a essa esfera.

Formulário:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi},$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{A} &= \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\varphi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right) \hat{r} \\ &+ \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) \right) \hat{\theta} \\ &+ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 f &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \\ &= \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) f + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) f + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} f. \end{aligned}$$

$n$	$P_n(x)$
0	1
1	$x$
2	$\frac{1}{2}(3x^2 - 1)$
3	$\frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: \_\_\_\_\_

## Questão 2 (2,5 pontos)

Seja uma esfera condutora, aterrada, de raio  $a$ , circundada por um anel fino concêntrico, com densidade linear de carga  $\lambda$  e raio  $d > a$ .

Tomando  $\lambda$  constante, calcule o potencial sobre o eixo de simetria desse sistema.



### Questão 3 (2,5 pontos)

a) (0,5 ponto) Um átomo de hidrogênio irradia e seu elétron faz uma transição do orbital 3p para o 1s. Encontre a energia irradiada em unidades de elétron-volt (eV).

b) (0,8 ponto) Considere que a seguinte hamiltoniana é usada para descrever um átomo de hidrogênio:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 - \frac{e^2}{r}, \quad (1)$$

em que  $\mu$  é a massa reduzida do sistema e a constante  $e$  é o módulo da carga do elétron. Sejam os estados associados aos orbitais 3p e 1s respectivamente descritos por  $|\psi_{3p}\rangle$  e  $|\psi_{1s}\rangle$ .

Expresse a probabilidade de transição espontânea do estado  $|\psi_{3p}\rangle$ , num instante  $t_0$ , para o estado  $|\psi_{1s}\rangle$  num instante  $t_1$ , e em seguida encontre seu valor. Justifique sua resposta e interprete seu resultado.

c) (1,2 pontos) A partir da equação de Schroedinger, mostre que os autoestados da Hamiltoniana da eq. (1) podem ser escritos em coordenadas esféricas na seguinte forma:

$$\psi_{k,l,m}(\vec{r}) = R_{kl}(r)Y_l^m(\theta, \phi). \quad (2)$$

Mostre ainda que a energia do sistema para a hamiltoniana dada não pode depender do número quântico  $m$ .



### Questão 4 (2,5 pontos)

Considere o átomo de hidrogênio num estado em que os números quânticos principal e azimutal são dados por  $n = 2$  e  $l = 1$ , respectivamente. Sabendo que nesse estado a função de onda radial é dada por

$$R_{21}(r) = \frac{r}{\sqrt{24a_0^5}} e^{-\frac{r}{2a_0}},$$

- a) (1,2 pontos) calcule o valor de  $r$  para o qual a densidade de probabilidade radial atinge o seu valor máximo;
- b) (1,3 pontos) calcule o valor esperado de  $r$  para esse estado e compare com o resultado de  $r$  obtido no ítem a).

- Dado que pode ser útil:

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!$$



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: \_\_\_\_\_

Folha extra 1

Questão \_\_\_\_\_



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: \_\_\_\_\_

Folha extra 2

Questão \_\_\_\_\_



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: \_\_\_\_\_

Folha extra 3

Questão \_\_\_\_\_





Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: \_\_\_\_\_

Folha extra 4

Questão \_\_\_\_\_



Programa de Pós-Graduação em Física

Código da prova: \_\_\_\_\_

Folha extra 5

Questão \_\_\_\_\_