

# Física Experimental II - Experiência E11

## Circuito RLC e ressonância

### OBJETIVOS

- Estudo do circuito RLC alimentados com tensão senoidal.
- Ressonância no circuito RLC-série.
- Oscilações naturais no circuito LC.

### MATERIAL

Osciloscópio, gerador de sinais, resistores, capacitor, indutores, multímetro, fonte DC.

### INTRODUÇÃO

*Circuito RLC:*

A aplicação de uma tensão alternada  $\varepsilon(t) = \varepsilon_m \text{sen} \omega t$  a um circuito contendo um resistor com resistência  $R$  em série com um capacitor com capacitância  $C$  e um indutor com indutância  $L$  leva ao surgimento de uma corrente elétrica estacionária dada por

$$i(t) = I_m \text{sen}(\omega t - \phi), \quad (11.1)$$

sendo a amplitude  $I_m$  e o ângulo de fase  $\phi$  dados por:

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (11.2)$$

$$\phi = \text{arctg} \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \quad (11.3)$$

O fator que relaciona  $I_m$  a  $\varepsilon_m$  é a chamada *impedância*  $Z$  do circuito:

$$Z = \varepsilon_m / I_m = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad (11.4)$$

As tensões no resistor, no capacitor e no indutor são dadas respectivamente por  $v_R(t) = Ri(t)$ ,  $v_C(t) = q(t)/C = (1/C) \int i(t) dt$  e  $v_L(t) = L di/dt$ . Substituindo a expressão da corrente de 11.1, encontramos:

$$v_R(t) = V_{0R} \text{sen}(\omega t - \phi) \quad (11.5)$$

$$v_C(t) = V_{0C} \text{sen}(\omega t - \phi - \pi/2) \quad (11.6)$$

$$v_L(t) = V_{0L} \text{sen}(\omega t - \phi + \pi/2) \quad (11.7)$$

Assim, as tensões no resistor, no capacitor e no indutor são todas funções senoidais, com a mesma frequência da tensão da fonte alimentadora, mas com diferentes *defasagens*: a tensão no resistor está sempre *em fase* com a corrente no circuito, enquanto que a tensão no capacitor está *atrasada* de  $90^\circ$  em relação a  $v_R(t)$  e a tensão no indutor está *adiantada* de  $90^\circ$  em relação a  $v_R(t)$ . As amplitudes dessas tensões podem ser obtidas de 11.2:

$$V_{0R} = \frac{R\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (11.8)$$

$$V_{0C} = \frac{\varepsilon_m / \omega C}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (11.9)$$

$$V_{0L} = \frac{\omega L \varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (11.10)$$

Os coeficientes  $X_C = V_{0C}/I_m = 1/\omega C$  e  $X_L = V_{0L}/I_m = \omega L$  são respectivamente a *reatância capacitiva* e a *reatância indutiva* do circuito. Com o aumento na frequência, a reatância capacitiva diminui e, conseqüentemente, diminui a amplitude de tensão no capacitor  $V_{0C}$ ; ao mesmo tempo, com o crescimento na reatância indutiva, cresce a amplitude de tensão no indutor  $V_{0L}$ . A frequência em que essas amplitudes se igualam é dada por  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , portanto sendo igual à *frequência natural* das oscilações num circuito LC livre (sem fonte de alimentação externa). Quando a frequência da tensão alimentadora  $\omega$  se iguala a  $\omega_0$  o circuito encontra-se em condição de *ressonância*, sendo a amplitude de corrente  $I_m$  e a amplitude de tensão no resistor  $V_{0R}$ , máximas para essa frequência, como pode ser facilmente observado em 11.2 e 11.8. Por essa razão a frequência  $\omega_0$  é denominada *frequência de ressonância* do circuito RLC.

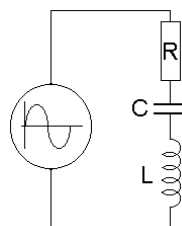
Em frequências menores que  $\omega_0$  o circuito é predominantemente *capacitivo*, sendo  $X_C > X_L$  e o ângulo de fase  $\phi < 0$ ; para  $\omega > \omega_0$ , o circuito passa a ser *indutivo*, com  $X_L > X_C$  e  $\phi > 0$ . Na ressonância temos  $X_C = X_L$  e  $\phi = 0$ , ou seja, a corrente e a tensão aplicadas estão *em fase*, sendo portanto o circuito puramente *resistivo*. Em qualquer frequência as amplitudes  $V_{0C}$ ,  $V_{0L}$  e  $V_{0R}$  são relacionadas por  $\varepsilon_m^2 = V_{0R}^2 + (V_{0L} - V_{0C})^2$ , relação que pode, juntamente com 11.2 e 11.3, ser imediatamente obtida a partir do *diagrama de fasores* do circuito.

## PROCEDIMENTOS

### 1. Circuito RLC-série

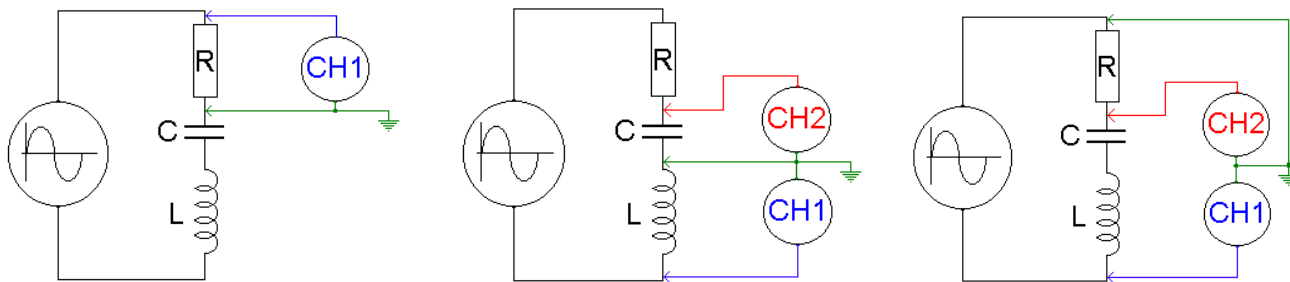
1.1 Leia (ou meça) os valores nominais de  $R$ ,  $L$  e  $C$  e registre-os na Folha de Dados.

1.2 Monte um circuito RLC em série e alimente-o com uma tensão alternada senoidal (do gerador de sinais).



1.3 Utilize os três métodos a seguir para obter, a partir do período medido diretamente no osciloscópio, a frequência de ressonância  $f_0$  do circuito RLC-série:

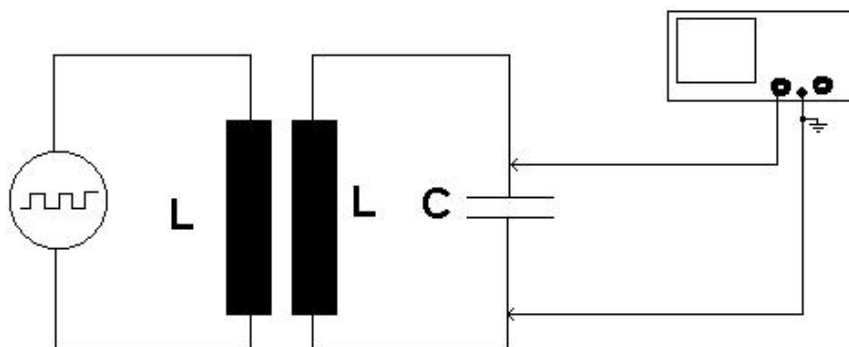
- Utilizando apenas um canal no osciloscópio, varie a frequência de alimentação até encontrar a situação em que a amplitude de tensão no resistor passa por um máximo.
- Conecte aos canais 1 e 2 do osciloscópio as tensões no indutor e no capacitor e localize a frequência em que as amplitudes de tensão se igualam. *Tome o cuidado de manter as mesmas escalas verticais nos canais 1 e 2 para efetuar essa medida.*
- Conecte aos canais 1 e 2 do osciloscópio as tensões no resistor e na fonte e localize a frequência em que essas tensões encontram-se em fase.



1.4 Escolha uma frequência fora da ressonância e meça o valor de  $\delta t$  (defasagem temporal entre  $v_R(t)$  e  $\varepsilon(t)$ , ou seja, entre a corrente e a tensão). O ângulo de fase  $\phi$ , obtido a partir de  $\delta t$ , juntamente com os valores de  $V_{0C}$ ,  $V_{0L}$ ,  $V_{0R}$ ,  $\varepsilon_m$  e  $f$  serão usados no relatório para o estudo do diagrama de fasores nessa frequência.

## 2. Circuito LC

2.1 Alimente uma segunda bobina (externa ao circuito LC) com uma forma de onda quadrada proveniente do gerador de sinais. Coloque essa bobina próxima à própria bobina do circuito LC e ajuste o período da onda quadrada de forma que o sinal transiente do circuito LC possa ser observado com persistência na tela do osciloscópio. A partir desse sinal efetue uma outra medida da frequência natural de oscilação do circuito LC.



## TÓPICOS A SEREM DISCUTIDOS EM SALA

- Regimes transiente e estacionário em circuitos de corrente alternada.
- Lei das malhas e diagrama de fasores no circuito RLC em série.
- Qual o significado físico da ressonância num circuito RLC.
- Como observar a ressonância e como medir o valor da frequência de ressonância no osciloscópio.

## ASPECTOS TEÓRICOS A SEREM ABORDADOS NO RELATÓRIO

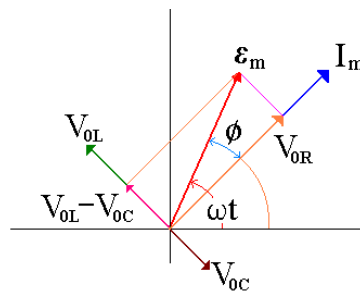
- Obter as relações 11.2 e 11.3 e a relação entre  $\epsilon_m$ ,  $V_{0C}$ ,  $V_{0L}$  e  $V_{0R}$ , utilizando a lei das malhas no circuito RLC-série. Isso pode ser feito *algebricamente* com a substituição da corrente em regime estacionário dada por 11.1 na expressão da lei das malhas ou *graficamente* a partir do diagrama de fasores.
- Esquematizar o diagrama de fasores do circuito RLC-série numa frequência arbitrária.
- Esboçar como variam com a frequência as amplitudes de tensão, a impedância e a defasagem (entre corrente e tensão aplicada) no circuito RLC-série.
- Escrever a expressão (e esboçar um gráfico) para a carga em função do tempo num capacitor colocado em série com um indutor num circuito LC livre (com uma pequena resistência  $r$  correspondendo à resistência da bobina e dos fios de ligação). Qual a frequência natural de oscilação desse circuito?

## ASPECTOS PRÁTICOS A SEREM DESCRITOS NO RELATÓRIO

1. Esquematize a montagem experimental do circuito RLC-série, indicando a posição em que foram conectados os canais 1 e 2 do osciloscópio nas diferentes medidas efetuadas.
2. Esquematize a montagem experimental do circuito LC livre, indicando como foram efetuadas as conexões da fonte DC e da bobina externa.

## PROCEDIMENTOS E CÁLCULOS A SEREM EFETUADOS NO RELATÓRIO

- Faça os cálculos dos valores experimentais obtidos para a frequência de ressonância do circuito RLC-série e apresente os resultados em uma tabela para todos os **CINCO CASOS** (valor nominal, os três métodos de ressonância e o circuito LC livre), com suas respectivas incertezas. Compare o resultado do circuito LC livre com aqueles previamente obtidos (a partir dos valores nominais e as medidas diretas no osciloscópio).
- Monte diagrama de fasores do circuito RLC-série na frequência arbitrária  $f$  escolhida em 1.4. Para isso, siga os procedimentos abaixo:
  - Apresente os valores experimentais de  $f$ ,  $\varepsilon_m$ ,  $V_{0C}$ ,  $V_{0L}$ ,  $V_{0R}$  e  $\phi$ , todos com as respectivas incertezas.
  - Monte (em uma escala conveniente num papel milimetrado) o diagrama de fasores para o circuito RLC-série, usando *somente* os valores obtidos experimentalmente para  $V_{0C}$ ,  $V_{0L}$  e  $V_{0R}$ .



- Obtenha a partir desse diagrama os valores de  $\varepsilon_m$  e  $\phi$  (graficamente ou usando relações de geometria plana). Compare com os valores encontrados experimentalmente no item 1.4.
- Calcule novamente o valor de  $\phi$ , agora usando na equação 11.3 o valor medido de  $f$  e os valores nominais de  $R$  e  $C$ . Compare com o valor obtido no item anterior e com o valor experimental.

## QUESTÕES A SEREM DISCUTIDAS NO RELATÓRIO

1. Qual o significado físico do fenômeno de ressonância? Explique comparando com o fenômeno similar que ocorre em diversos sistemas mecânicos.
2. Imagine que alguém lhe entregue um capacitor (ou um indutor) e lhe peça para determinar experimentalmente o valor de sua capacitância (ou indutância). Explique como os procedimentos utilizados nessa experiência podem ser aplicados para essa finalidade.
3. Como se pode concluir num circuito RLC-série, se a frequência de uma tensão senoidal aplicada está acima ou abaixo da frequência de ressonância?
4. A potência média dissipada em um circuito RLC-série pode ser escrita como  $(1/2)\varepsilon_m I_m \cos\phi$ , sendo o termo  $\cos\phi$  chamado *fator de potência*. Quanto menor for o ângulo de fase  $\phi$  (entre a tensão aplicada e a corrente), mais resistivo será o circuito e maior será a taxa de transferência de energia da fonte para o resistor. Explique que parâmetros do circuito podem ser ajustados na prática para se obter um valor ideal para o ângulo de fase.

## NÃO DEIXE DE LER

Halliday, Resnick & Walker, Fundamentos de Física, Vol. 3, Seções 36.4 (sobre circuitos RLC-série), 36.5 (sobre potência e fatores de potência), 35.5 (sobre oscilações amortecidas no circuito LC), 35.6 (sobre oscilações forçadas e ressonância), Problemas 36.21 e 36.51 (sobre fator de qualidade).

James J. Brophy, Eletrônica Básica, pp. 73-76 (sobre circuitos RLC-série), 79-80 (sobre fator de qualidade).

José Goldemberg, Física Geral e Experimental, 2<sup>o</sup> Vol., pp. 270-273 (sobre circuito RLC-série e fator de qualidade).

Grupo: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_ Prof.: \_\_\_\_\_

**1.1) VALORES NOMINAIS:**

$R = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$   $C = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$   $L = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$

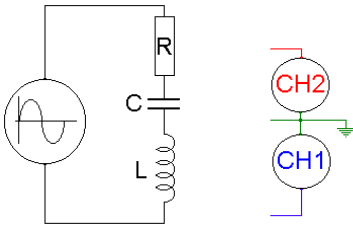
**CALCULE:**  $\omega_0 (1/(L.C))^{1/2} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$   $f_0 (\omega_0/2\pi) = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$

**1.3) MEDIDA DA FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA:**

$T(V_{oRmax})_{01} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$  Escala de tempo utilizada: \_\_\_\_\_ ( )

$f_{01} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$

Situação a ser observada: \_\_\_\_\_

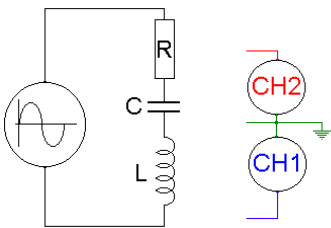


Grandeza a ser medida: \_\_\_\_\_

$T(V_{0C} = V_{0L})_{02} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$  Escala de tempo utilizada: \_\_\_\_\_ ( )

$f_{02} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$

Situação a ser observada: \_\_\_\_\_

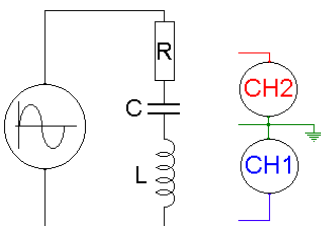


Grandeza a ser medida: \_\_\_\_\_

$T(\Phi(\varepsilon_m, V_{oR}) = 0)_{03} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$  Escala de tempo utilizada: \_\_\_\_\_ ( )

$f_{03} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$

Situação a ser observada: \_\_\_\_\_



Grandeza a ser medida: \_\_\_\_\_

Grupo: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_ Prof.: \_\_\_\_\_

#### 1.4) DADOS PARA MONTAGEM DO DIAGRAMA DE FASORES:

Medidas feitas com o osciloscópio

$$V_{OR} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad ) \quad V_{OC} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad ) \quad V_{OL} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$$

$$\varepsilon_m = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad ) \quad T = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad ) \quad \delta t = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$$

Medidas feitas com o multímetro

$$\varepsilon_{ef} = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad ) \quad f = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$$

#### 2.2) MEDIDA DA FREQUÊNCIA NATURAL DO CIRCUITO LC LIVRE - USO DA BOBINA EXTERNA ALIMENTADA COM ONDA QUADRADA:

$$T_0 = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad ) \quad \text{Escala de tempo utilizada: _____} ( \quad )$$

$$f_0 = \text{_____} \pm \text{_____} ( \quad )$$