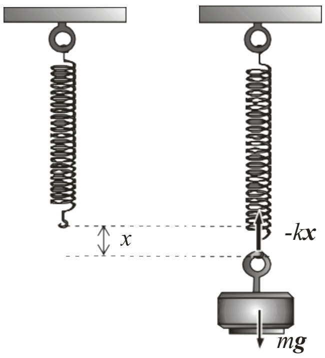
Experimento $A6$

Lei de Hooke, Associação de Molas e Movimento MHS

INTRODUÇÃO

Sob a ação de uma força de tração ou de compressão, todo objeto deforma-se. Se, ao cessar a atuação dessa força, o corpo recupera sua forma primitiva, diz-se que a deformação é elástica. Em geral, existe um limite para o valor da força a partir do qual acontece uma deformação permanente no corpo. Dentro do limite elástico, há uma relação linear entre a força aplicada e a deformação, linearidade esta que expressa uma relação geral conhecida como Lei de *Hooke*. O sistema clássico utilizado para ilustração dessa lei é o sistema massa-mola que é apresentado a seguir em situações de equilíbrio estático.

A Figura 1 mostra uma mola helicoidal, de massa desprezível, pendurada por uma de suas extremidades (a); ao se colocar um objeto de massa *m* na outra extremidade, aparece um alongamento *x* na mola (b).



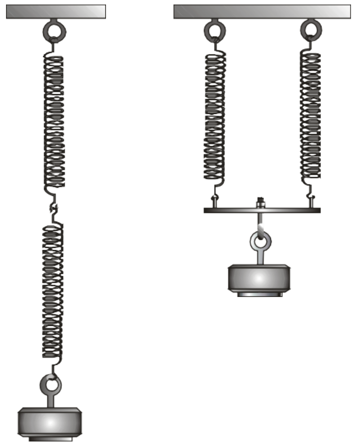
(a) (b)

Figura 1 - Em (a), a mola não está alongada; em (b), a mola está alongada de x, em relação à posição inicial, devido ao peso do um objeto de massa m; o peso do objeto é equilibrado pela força $-kx$, que a mola exerce nele.

A força $F(x)$ aplicada na mola é o peso do corpo e, dentro do limite elástico, tem-se

$$F = mg = kx \tag{1}$$

Em que $F(x)$ é o módulo do vetor força $\vec{F}$ e k é uma constante que depende do material de que é feita a mola, bem como de sua espessura, tamanho e outros fatores, e é denominada constante elástica da mola. Associando-se duas molas, a constante elástica do conjunto passa a ter outro valor que depende da maneira como foi feita a associação. A Figura 2 mostra um objeto suspenso por duas molas associadas em série (a) e em paralelo (b). Alongar as molas associadas em série é “mais fácil” do que alongar as molas associadas em paralelo.



(a) (b)

Figura 2 - A associação de duas molas pode ser feita com uma na extremidade da outra — em série — como em (a) ou com uma ao lado da outra — em paralelo — como em (b).

Quando duas molas, de constantes elásticas k_1 e k_2, são colocadas em ***série*** é possível mostrar que a constante elástica resultante desta associação é dada por:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \tag{2}$$

Se as molas forem colocadas em ***paralelo***, a constante elástica equivalente será dada por:

$$k_{eq} = k_1 + k_2 \tag{3}$$

A definição da Lei de Hooke ($F = -kx$) mostra que ao cessar a aplicação da força, a mola volta ao seu estado inicial. Portanto, ao se aplicar uma força no sistema massa-mola e liberá-la, teremos que o sistema realizará um movimento periódico em torno de um ponto de equilíbrio.

Movimento periódico é o movimento de um corpo que retorna regularmente para uma posição após um intervalo de tempo fixo. Podemos identificar vários tipos de movimento periódico em nosso dia a dia, como por exemplo, o movimento de uma criança em um balanço no parque ou o pêndulo de um relógio antigo que oscila de um lado para o outro. Além desses exemplos do cotidiano, outros sistemas se comportam como osciladores como, por exemplo, as moléculas em um sólido que oscilam sobre sua posição de equilíbrio; ondas eletromagnéticas caracterizadas pelos campos elétrico e magnético oscilantes; a corrente elétrica alternada, etc.

Uma partícula de massa m sujeita a uma força $F(x)$ proporcional ao seu deslocamento realiza o chamado Movimento Harmônico Simples (MHS). O sistema massa-mola da Figura 3 realiza um MHS. Quando a mola está sem deformação (em equilíbrio), o bloco está em repouso na posição de equilíbrio, que vamos identificar como $x = 0$. O sistema irá oscilar para frente e para trás se for tirado de sua posição de equilíbrio.

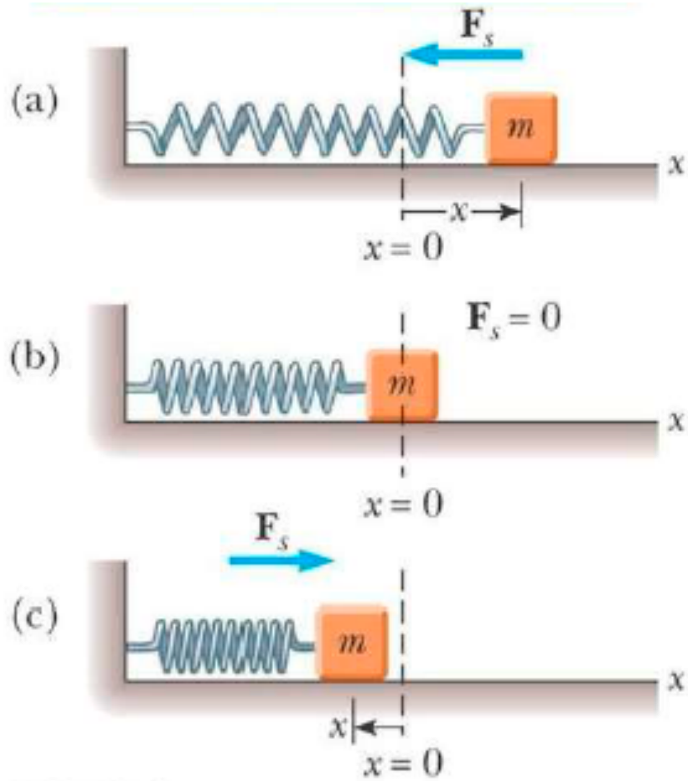


Figura 3 - Sistema massa-mola: Um bloco preso a uma mola se movendo em uma superfície sem atrito.
(*Serway, Princípios de Física 1, 2002, Ed. Thomson*)

A força restauradora será:

$$F(x) = -kx \tag{4}$$

em que k é a constante elástica da mola e a equação de movimento correspondente será:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \tag{5}$$

Para pequenos desvios da posição de equilíbrio, qualquer sistema com um grau de liberdade deve obedecer, com boa aproximação, a esta equação de movimento.

Esta é uma equação diferencial linear de segunda ordem e homogênea e a sua solução nos permite obter o período de oscilação, da forma:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{6}$$

Neste experimento mostraremos que o período T de oscilação de um corpo de massa m preso à extremidade de uma mola, considerada ideal, é inversamente proporcional à constante elástica da mola e obteremos o valor da constante k usando os métodos dinâmico e estático.

OBJETIVOS

- Determinar a constante elástica de uma mola;
- Determinar a constante elástica equivalente de uma combinação de molas em série;
- Determinar a constante elástica equivalente de uma combinação de molas em paralelo;
- Estudar o sistema massa-mola, medindo o período de oscilação. Determinando a constante elástica k de uma mola através do método dinâmico.

MATERIAIS UTILIZADOS

(i) Um suporte vertical;
(ii) Duas molas;
(iii) Um suporte para fixar as molas;
(iv) Massas acopláveis;
(v) Um cronometro;
(vi) Balança digital;
(vii) Régua.

ANTES DA AULA

Recomenda-se a leitura de pelo menos umas das referências abaixo, que apresenta as discussões sobre a segunda lei de Newton que será explorada nesta atividade experimental.

- ✓ HALLIDAY, RESNICK & WALKER, **Fundamentos de Física**, Vol. 1, 10ª edição, LTC.
- ✓ SEARS, ZEMANSKY, YOUNG, **Física 1, Mecânica**, Vol. 1, 12ª LTC.

Em seguida, responda as perguntas abaixo. Elas deverão ser apresentadas ao professor antes de iniciar a aula. **Atenção**: A não apresentação das respostas impedirá o aluno de participar da aula.

Questão 1) Defina o Movimento Harmônico Simples. Dê exemplos de sistemas que realizam MHS.

Questão 2) O Movimento Circular Uniforme pode ser entendido como MHS. Explique.

Questão 3) Uma bola ricocheteando é um exemplo de MHS? O movimento diário de um estudante de casa para escola e da escola para casa é um MHS? Por que sim? Por que não?

Questão 4) Em um sistema massa-mola que se move em MHS na ausência de atrito tem sua energia conservada? Explique.

Questão 5) Encontre uma solução para a equação de movimento (2) e obtenha a expressão para o período T, equação (3).

DURANTE A AULA

Para a execução do experimento, siga o passo a passo descrito no procedimento experimental a seguir

→ ORIENTAÇÕES

(i) Certifique-se de que a força aplicada NUNCA seja maior que o valor máximo suportado pela mola, pois isso causaria uma deformação permanente na mola/dinamômetro;
(ii) Antes de iniciar o experimento, certifique-se de que a haste com a mola está bem fixada à mesa;

→ PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Determinação da constante de mola, Associação em Série e Associação em Paralelo

(i) Escolha uma das molas e a pendure-a no tripé vertical. Coloque o suporte em sua extremidade, isso irá causar uma pequena elongação da mola que é importante para descomprimir a mola.

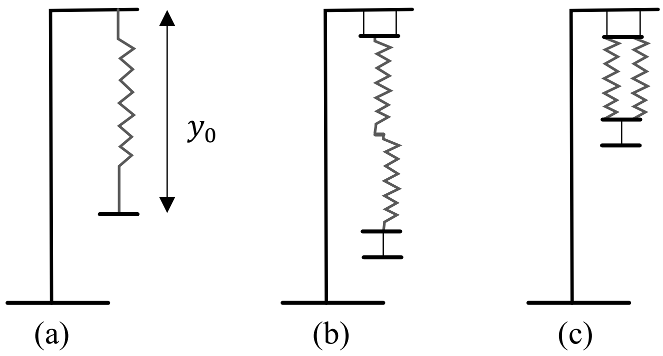


Figura 4 - Montagem do experimento para se determinar a constante elástica de uma mola: (a) Mola simples, (b) Associação em Série, (c) Associação em Paralelo.

(ii) Anote a posição inicial y_0 , conforme a Figura 4. Esse será o seu valor de referência considerando que $F_R = 0$ nesta situação, ou seja, desprezaremos o alongamento produzido pelo suporte.

(iii) Vá colocando as massas no suporte e anote os valores das posições y_n na Tabela 1 – Medidas da Elongação da mola em função da massa 1.Tabela 1. Anote os valores das massas.

(iv) Use a segunda mola e coloque-a em série com a primeira mola (assumiremos que as molas são iguais, ou seja mesmo k). **Repita o mesmo procedimento anterior (i, ii e iii)** e anote os seus dados na Tabela 2

(v) Em seguida, coloque as duas molas em paralelo e **repita o procedimento anterior (i, ii e iii)**. Anote tudo na Tabela 3.

Movimento Harmônico Simples

(i) Monte o sistema conforme a Figura 4 (a), pendurando uma das molas no suporte vertical e coloque o suporte para as massas em uma das extremidades. Esse suporte provocará uma pequena elongação da mola, importante para descomprimi-la.

(ii) Anote o valor de m_0 , correspondendo ao valor da massa do suporte.

(iii) Anote a posição inicial y_0. Esse será o seu valor de referência considerando que $F_R = O$ nesta situação.

(iv) Coloque uma **massa** no suporte e movimente o conjunto delicadamente, deslocando-o de aproximadamente 1 cm da posição inicial. Solte o conjunto para que ele oscile verticalmente.

Verifique se o conjunto oscila apenas na vertical e não como um pêndulo. Deixe o sistema oscilar pelo menos 5 vezes antes de iniciar o cronômetro.

(v) Com o sistema funcionando adequadamente, use um cronômetro e conte um número grande de oscilações (entre 20 e 30 oscilações). Anote o tempo das n oscilações na Tabela 4.

(vi) Acrescente mais uma massa ao suporte e repita o procedimento. Anote os valores na Tabela 4.

APÓS A AULA

Após a coleta de dados, deve-se escrever o relatório. Inicie as atividades a seguir, caso sobre tempo na aula. A escrita do relatório deve ser feita seguindo o modelo disponibilizado no AVA da disciplina/ClassRoom (google). No tópico de **Análises e Discussões** do seu relatório, você deve responder e discutir os seguintes pontos:

(a) Demonstre as equações 2 e 3.

(b) Calcule os valores das forças $F_n = m_n g$ e das elongações $\Delta y = y_n - y_0$, em que g é a aceleração da gravidade cujo valor adotado no laboratório é de $(9{,}79 \pm 0{,}01)\, {}^{m}/_{s^2}$. Anote os valores em uma nova tabela.

(c) Construa um gráfico da ***Força*** $\times$ ***elongação*** $(F_n \times \Delta y_n)$ para cada uma das montagens, ou seja, a mola sozinha, as molas em série e as molas em paralelo. Use $g = (9{,}79 \pm 0{,}01)\, {}^{m}/_{s^2}$. Trace a reta que melhor se ajuste aos pontos destes gráficos.

(d) Obtenha os coeficientes linear e angular dessas retas e suas respectivas incertezas. Qual é a interpretação para o coeficiente angular desta reta?

(e) Obtenha as constantes elásticas para cada uma das montagens com sua respectiva incerteza. Compare os valores encontrados com o valor teórico previsto e comente possíveis discrepâncias, leve em conta as incertezas.

(f) Usando as equações 2 e 3, obtenha a constante elástica resultante em cada associação e compare com o seu resultado experimental.

(g) Qual deve ser a montagem das molas para que você tenha um sistema "mais macio"? E "mais duro"?

(h) Usando os dados da Tabela 4, obtenha os valores do período de oscilação (T), para cada conjunto massa-mola.

(i) Construa um gráfico do período $T^2 \times m$. Trace a reta que melhor se ajuste aos pontos destes gráficos.

(j) Obtenha os coeficientes linear e angular dessa reta e suas respectivas incertezas. Qual é a interpretação para o coeficiente angular desta reta?

(k) Obtenha a constante elástica para a mola, obtida dinamicamente (MHS) e compare com a constante elástica obtido estaticamente no item (e), somente para a mola simples. O que você pode concluir? Explique possíveis discrepâncias.

	Centro de Ciências Exatas Departamento de Física Roteiro de Física Experimental	**Disciplinas** FIS 09057 FIS 09058 FIS 06326 FIS 13737

Folha de dados Experimento $A6$

Lei de Hooke, Associação de Molas e Movimento MHS

Professor:____ **Data:** ___/___/___

Alunos:_________________________, _____________________________, ________________________

Parte I: Determinação constante de mola, associação em série, em paralelo

Tabela 1 – Medidas da Elongação da mola em função da massa 1.
A elongação de equilíbrio: $y_0 = (\_\_\_\_\_\_\_\_ \pm \_\_\_\_\_\_\_)cm$

Descrição	$m \pm \Delta m$ (g)	$y_n \pm \Delta y_n$ (cm)
1	$\pm$	$\pm$
2	$\pm$	$\pm$
3	$\pm$	$\pm$
4	$\pm$	$\pm$
5	$\pm$	$\pm$
6	$\pm$	$\pm$
7	$\pm$	$\pm$
8	$\pm$	$\pm$
9	$\pm$	$\pm$
10	$\pm$	$\pm$

Tabela 2 - Medidas da Elongação da mola em função da massa para associação em série.
A elongação de equilíbrio: $y_0 = (\_\_\_\_\_\_\_\_ \pm \_\_\_\_\_\_\_)cm.$

Descrição	$m \pm \Delta m$ (g)	$y_n \pm \Delta y_n$ (cm)
1	$\pm$	$\pm$
2	$\pm$	$\pm$
3	$\pm$	$\pm$
4	$\pm$	$\pm$
5	$\pm$	$\pm$
6	$\pm$	$\pm$
7	$\pm$	$\pm$
8	$\pm$	$\pm$
9	$\pm$	$\pm$
10	$\pm$	$\pm$

Tabela 3 - Medidas da Elongação da mola em função da massa para associação em Paralelo.
A elongação de equilíbrio: $y_0 = (\_\_\_\_\_\_\_\_ \pm \_\_\_\_\_\_\_)cm.$

Descrição	$m \pm \Delta m$ (g)	$y_n \pm \Delta y_n$ (cm)
1	±	±
2	±	±
3	±	±
4	±	±
5	±	±
6	±	±
7	±	±
8	±	±
9	±	±
10	±	±

Tabela 4 – Tempo de oscilação para uma determinada mola.
Número de oscilação:$n =$ ____ ; m_0 = (_______± _______) g

Descrição	$m \pm \Delta m$ (g)	t_n (s)
1	±	
2	±	
3	±	
4	±	
5	±	
6	±	
7	±	
8	±	
9	±	
10	±	