



UNIVERSIDADE FEDERAL  
DO ESPÍRITO SANTO

*Física Experimental*  
Revisão - 2022/01

Universidade Federal do Espírito Santo  
Centro de Ciências Exatas - CCE  
Departamento de Física - DFIS

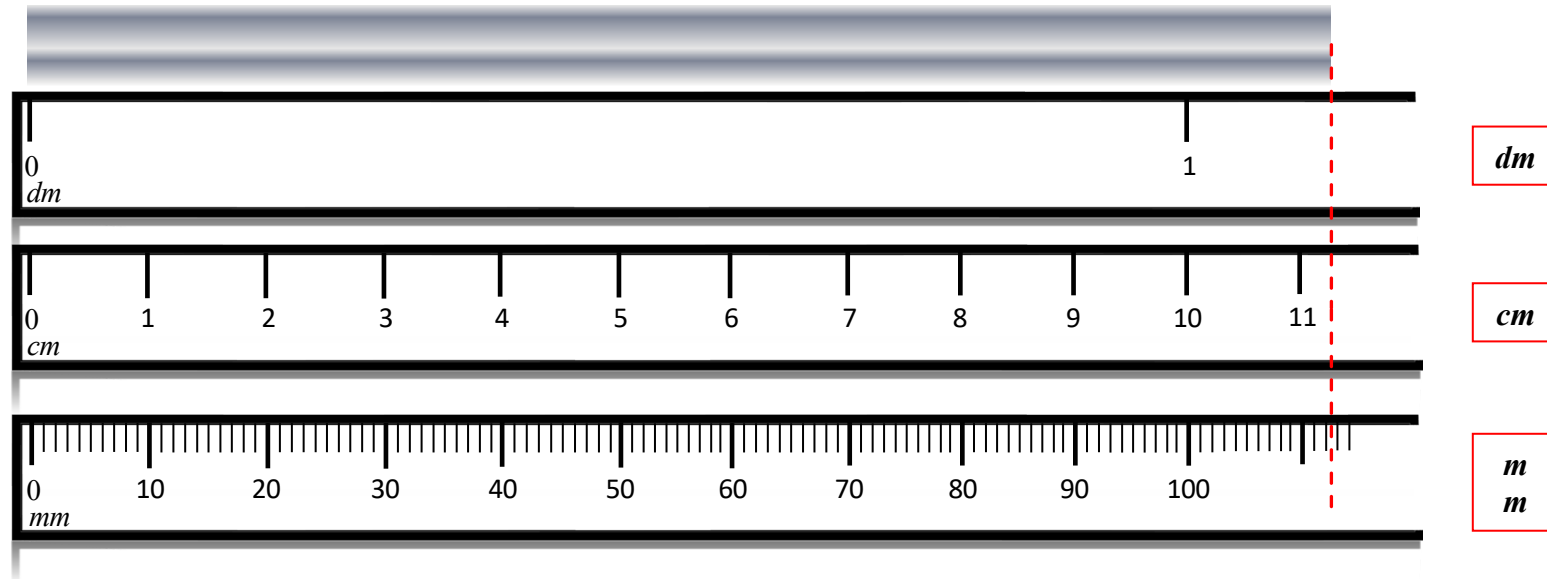
# *Roteiro*

- O que são algarismos significativos?
- Definição de incerteza e como calcular incerteza absoluta em grandezas físicas
- Propagação de incerteza em grandezas físicas diretas e indiretas
- Análise dos resultados de alguns experimentos
- Dúvidas e perguntas!

# Algarismos Significativos

Grandeza física direta: *Medida* e *Precisão*

Exemplo ilustrativo



Suposição... “chute”: depende do olho do medidor.

<i>Instrumento de Medida</i>	<i>Comprimento da barra</i>	<i>Quantidade de algarismos significativos obtidos</i>
<i>régua decimetrada</i>	$1,\underline{1}$ dm	2
<i>régua centimetrada</i>	$11,\underline{3}$ cm	3
<i>régua milimetrada</i>	$112,\underline{4}$ mm	4

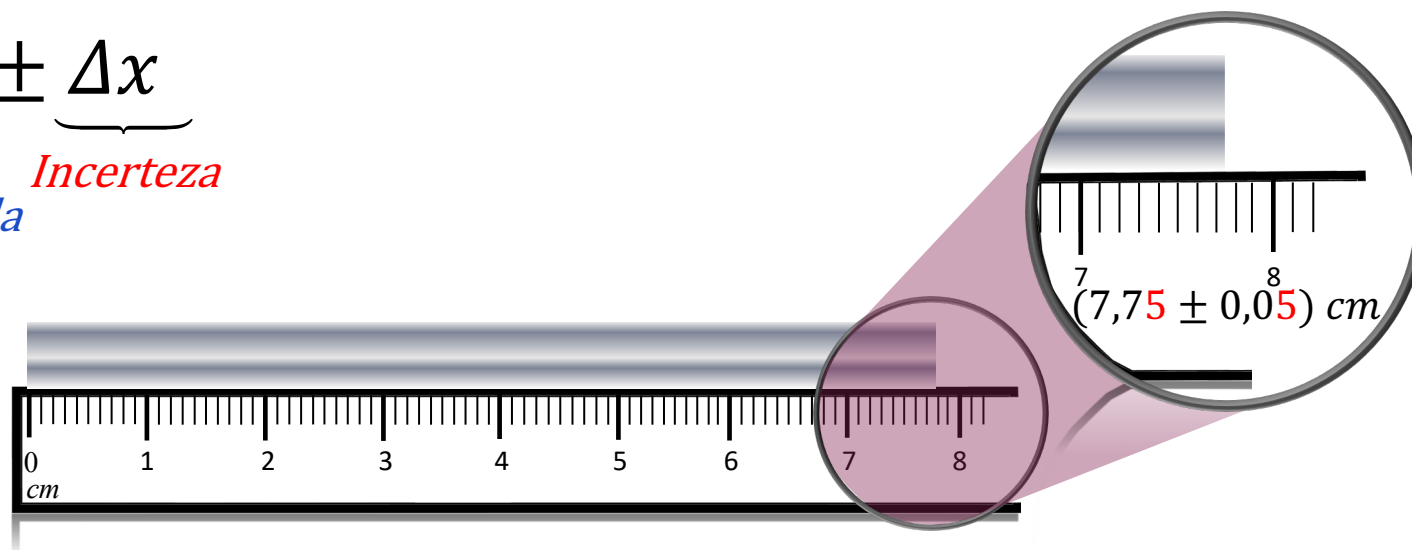
# Teoria de Erros e Medidas



Poderá ser minimizado eliminando-se o máximo fontes de erro.

Avaliar quantitativamente as incertezas nas medições.

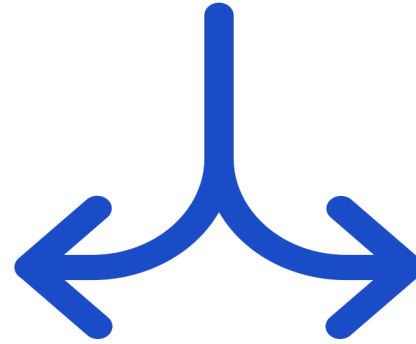
$$\underbrace{x}_{\text{Valor medida}} \pm \underbrace{\Delta x}_{\text{Incerteza}}$$



# Teoria de Erros e Medidas

## Incertezas em Medidas Diretas

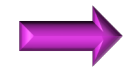
Medindo-se uma  
única vez  
 $x \pm \Delta x$



Medindo-se  $N$  vezes a  
mesma grandeza  
 $x = x_m \pm \Delta x$

$$x_m = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N}$$

Incerteza absoluta



$$\Delta x = \sum_{i=1}^N \frac{|x_m - x_i|}{N}$$

$$t = t_m \pm \Delta t = (2,53 \pm 0,05)s$$

Distância entre os sensores H (cm)	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)	$t_4$ (s)	$t_5$ (s)
S0-S1 15,00 ± 0,30	2,527	2,488	2,660	2,488	2,494

# Teoria de Erros e Medidas

Incertezas em Medidas Indiretas

Geralmente é necessário usar valores medidos e afetados por incertezas para realizar cálculos a fim de se obter o valor de outras grandezas indiretas.

$$V = f(x \pm \Delta x, y \pm \Delta y, \dots)$$

*Soma* ou *Subtração*

$$\left. \begin{array}{l} A = a \pm \Delta a \\ B = b \pm \Delta b \\ C = c \pm \Delta c \\ \vdots \end{array} \right\} \Rightarrow \left( \begin{array}{l} a, b, c, \dots = \textit{valores medidos} \\ \pm \Delta a, \pm \Delta b, \pm \Delta c, \dots = \textit{incertezas absolutas} \end{array} \right)$$

$$S = A + B + C + \dots = s \pm \Delta s \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} s = \textit{valor calculado da soma} \\ \pm \Delta s = \textit{incerteza absoluta da soma} \end{array} \right\}$$

$$S' = A - B - C - \dots = s' \pm \Delta s \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} s' = \textit{valor calculado da subtração} \\ \pm \Delta s = \textit{incerteza absoluta da soma} \end{array} \right\}$$

# Teoria de Erros e Medidas

## Soma ou Subtração

## Incertezas em Medidas Indiretas

Exemplo: Com uma régua milimetrada, mediram-se, pelo menos, três vezes os comprimentos de cada um dos dois tubos. Após, a determinação dos valores médios e respectivas incerteza para cada tamanho, os valores são:

$$L_1 = (1,000 \pm 0,0003) \text{ m}$$

$$L_2 = (0,0123 \pm 0,00052) \text{ m}$$

- As representações de  $L_1$  e  $L_2$  estão corretas? Justifique!
- Se os dois comprimentos ( $L_1$  e  $L_2$ ) fossem somados, qual o valor da nova grandeza?

$$L = L_1 + L_2 = [(1,0000 + 0,0123) \pm (0,0003 + 0,0005)]\text{m} \longrightarrow L = (1,0123 \pm 0,0008)\text{m}$$

- Se os dois comprimentos ( $L_1$  e  $L_2$ ) fossem subtraídos, qual o valor da nova grandeza?

$$L' = L_1 - L_2 = [(1,0000 - 0,0123) \pm (0,0003 + 0,0005)]\text{m} \longrightarrow L' = (0,9877 \pm 0,0008)\text{m}$$

# Teoria de Erros e Medidas

*Multiplicação, divisão, radiciação e potenciação*

$$F = K \cdot A \cdot B^\alpha \cdot C^\beta$$

$$F = \underbrace{\bar{f}} \pm \underbrace{\Delta f}$$

$$\bar{k} \cdot \bar{a} \cdot \bar{b}^\alpha \cdot \bar{c}^\beta$$

*Critério mais desfavorável*

$$\pm \Delta f = \pm \bar{f} \left[ \left| \frac{\Delta k}{\bar{k}} \right| + \left| \frac{\Delta a}{\bar{a}} \right| + \left| \alpha \frac{\Delta b}{\bar{b}} \right| + \left| \beta \frac{\Delta c}{\bar{c}} \right| \right]$$



# Teoria de Erros e Medidas

*Multiplicação, divisão, radiciação e potenciação*

$$F = K.A.B^{\alpha}.C^{\beta}$$

Exemplo: Calcule o volume de uma esfera cujo o raio vale:  $R = r \pm \Delta r = (232,0 \pm 0,1) \text{ mm}$ . Neste caso podemos calcular seu volume utilizando uma calculadora com dez dígitos, sem nos preocuparmos com a incerteza que afeta o número  $\pi$ .

$$V = v \pm \Delta v = (5,231 \pm 0,007) \times 10^7 \text{ mm}^3$$

No caso em que os dados forem usados como argumento de funções ( $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\log x$ ,  $\ln x$ , etc.):

$$F = f \pm \Delta f = \frac{f_{sup} + f_{inf}}{2} \pm \frac{f_{sup} - f_{inf}}{2}$$

Exemplo:  $\cos(30,0 \pm 0,2)^{\circ}$

# Experimento A7 – Momento de Inércia

Tabela 1 – Dados iniciais das massas , raios espessuras e densidades

Descrição do conjunto			
Massa Acoplada + suporte - m (g)	56,92	±	0,01
Raio Tambor - r (cm)	1,86	±	0,03
Raio do Disco - R (cm)	7,47	±	0,03
Espessura do Disco - ε (cm)	1,210	±	0,050
Densidade do Disco - ρ (g/cm <sup>3</sup> )	7,850	±	0,010

Tabela 2 - Medidas do tempo de queda  $t_H$  para diferentes alturas H

	Distância entre os sensores			$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)	$t_4$ (s)	$t_5$ (s)
	H (cm)							
S0-S1	15,00	±	0,30	2,527	2,488	2,660	2,488	2,494
S0-S2	30,00	±	0,30	3,691	3,664	3,830	3,676	3,651
S0-S3	45,00	±	0,30	4,599	4,564	4,733	4,558	4,545
S0-S4	60,00	±	0,30	5,351	5,319	5,492	5,326	5,307

- Há algum erro nos dados das tabelas? Justifique!

$$t_H^2 = (t^2 \pm \Delta t^2) = t^2 \pm t^2 \left| \frac{2\Delta t}{t} \right|$$

Tabela 3 – Medidas do tempo de queda  $t_H$  para diferentes H e  $t_H^2$

H (m)	$t$ (s)	$t^2$ (s <sup>2</sup> )
0,150 ± 0,003	2,53 ± 0,05	6,4 ± 0,3
0,300 ± 0,003	3,70 ± 0,05	13,7 ± 0,4
0,450 ± 0,003	4,60 ± 0,05	21,2 ± 0,5
0,600 ± 0,003	5,36 ± 0,05	28,7 ± 0,6

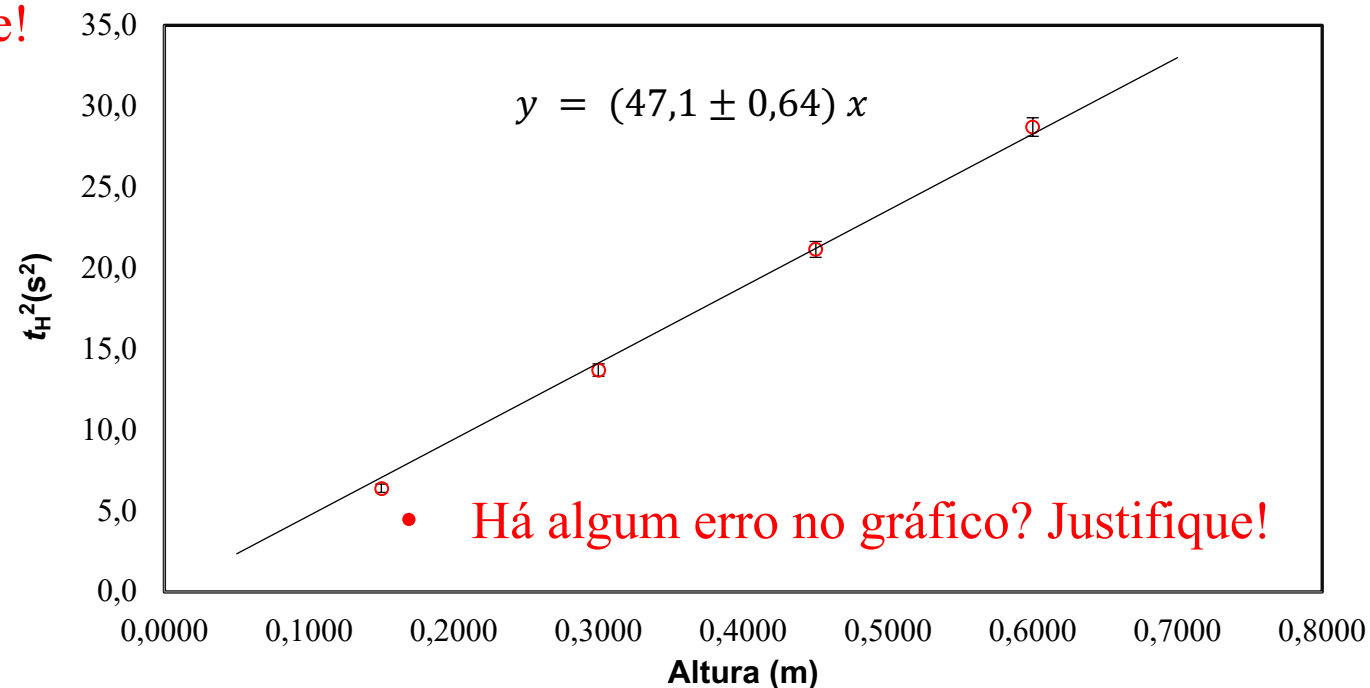


Figura 1 - Gráfico  $t_H^2$  X H para determinação do Momento de Inércia do Disco

# Experimento A7 – Momento de Inércia

$$t^2 = \frac{2I_R + 2mr^2}{mgr^2} H$$

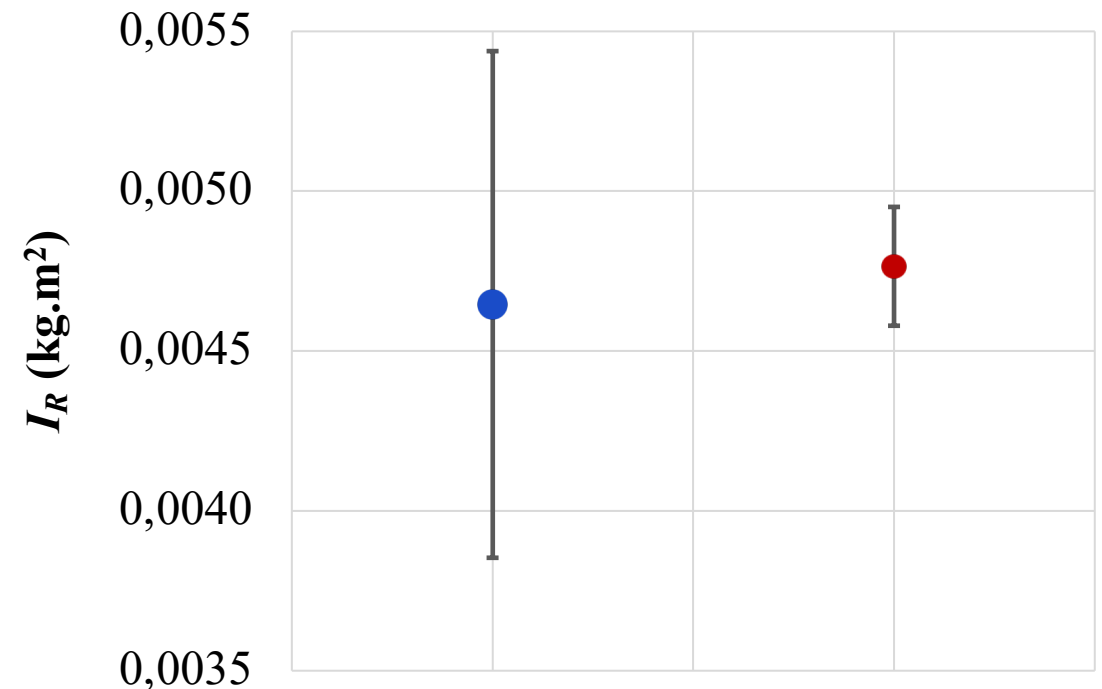
$$y = \alpha x = (47,1 \pm 0,6)x$$

$$f = I_R = \frac{mr^2(\alpha g - 2)}{2} \quad \pm \Delta f = \pm \frac{mr^2(\alpha g - 2)}{2} \left[ \left| \frac{\Delta m}{m} \right| + \left| 2 \frac{\Delta r}{r} \right| + \left| \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right| + \left| \frac{\Delta g}{g} \right| \right]$$

$$I_{R-teo} = \frac{1}{2} MR^2$$

$$I_R \text{ (kg.m}^2\text{)} = 0,0046 \pm 0,0008$$

$$I_R \text{ (kg.m}^2\text{)} = 0,0048 \pm 0,0002$$



● teórico ● Experimental

# Experimento A3 – Segunda Lei De Newton

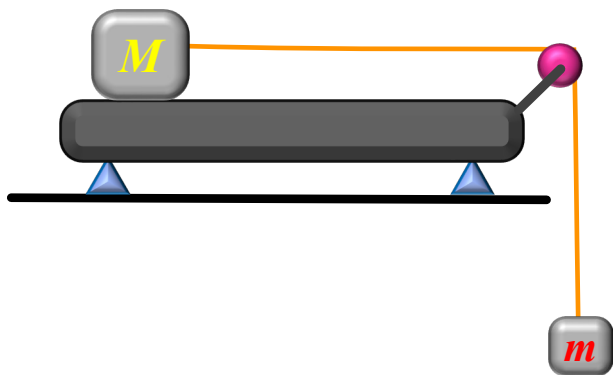


Figura 1 – Esquema de montagem do experimento

Tabela 1 – dados iniciais das massas e distância entre sensores de medidas de tempo

$m^l$ (g)	16,94	±	0,01
$M^{2a}$ (g)	248,26	±	0,01
$M^{2b}$ (g)	345,34	±	0,01
Separação entre sensores (cm)	15,0	±	0,3

Tabela 2 - medidas dos tempos de passagens entre sensores para a massa  $M_{2a}$

N	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)	$t_4$ (s)
1	0,72075	1,04825	1,29815	1,50810
2	0,79370	1,12330	1,37320	1,58265
3	0,74510	1,07075	1,31900	1,52720
4	0,74345	1,06950	1,31740	1,52535
5	0,77745	1,10760	1,35760	1,56710
6	0,73410	1,06070	1,30920	1,51740
7	0,76435	1,09350	1,34375	1,55325
8	0,78460	1,11470	1,36495	1,57420
9	0,74885	1,07520	1,32415	1,53260
10	0,81035	1,13915	1,38845	1,59680

Tabela 4 – medidas da distância entre sensores, do tempo de passagem médio e do tempo de passagem médio ao quadrado para  $M_{2a}$

S (m)	$\bar{t}$ (s)	$\bar{t}^2$ (s <sup>2</sup> )
0,150 ± 0,003	0,76 ± 0,02	0,58 ± 0,04
0,300 ± 0,003	1,09 ± 0,03	1,19 ± 0,06
0,450 ± 0,003	1,34 ± 0,03	1,79 ± 0,07
0,600 ± 0,003	1,55 ± 0,03	2,40 ± 0,08

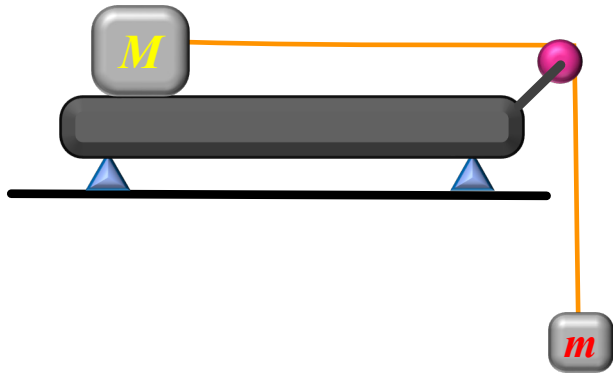
Tabela 3 - medidas dos tempos de passagens entre sensores para a massa  $M_{2b}$

N	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)	$t_4$ (s)
1	0,90210	1,29235	1,58820	1,83525
2	0,89245	1,27990	1,57420	1,82025
3	0,87360	1,25925	1,55275	1,79835
4	0,87820	1,26180	1,55415	1,79945
5	0,88190	1,26445	1,55625	1,80130
6	0,87760	1,26135	1,55355	1,79865
7	0,86605	1,24990	1,54195	1,78715
8	0,88735	1,27145	1,56325	1,80825
9	0,88510	1,26935	1,56120	1,80615
10	0,88555	1,27065	1,56290	1,80790

Tabela 5 – medidas da distância entre sensores, do tempo de passagem médio e do tempo de passagem médio ao quadrado para  $M_{2b}$

S (m)	$\bar{t}$ (s)	$\bar{t}^2$ (s <sup>2</sup> )
0,150 ± 0,003	0,883 ± 0,008	0,78 ± 0,01
0,300 ± 0,003	1,268 ± 0,009	1,61 ± 0,02
0,450 ± 0,003	1,561 ± 0,009	2,44 ± 0,03
0,600 ± 0,003	1,806 ± 0,009	3,26 ± 0,03

# Experimento A3 – Segunda Lei De Newton



$$a_1 (m.s^{-2}) = 0,4954 \pm 0,0006$$

$$a_2 (m.s^{-2}) = 0,3624 \pm 0,0001$$

$$a_1/a_2 = 1,367 \pm 0,002$$

$$(m_1 + M_{2b}) / (m_1 + M_{2a}) = 1,37 \pm 0,03$$

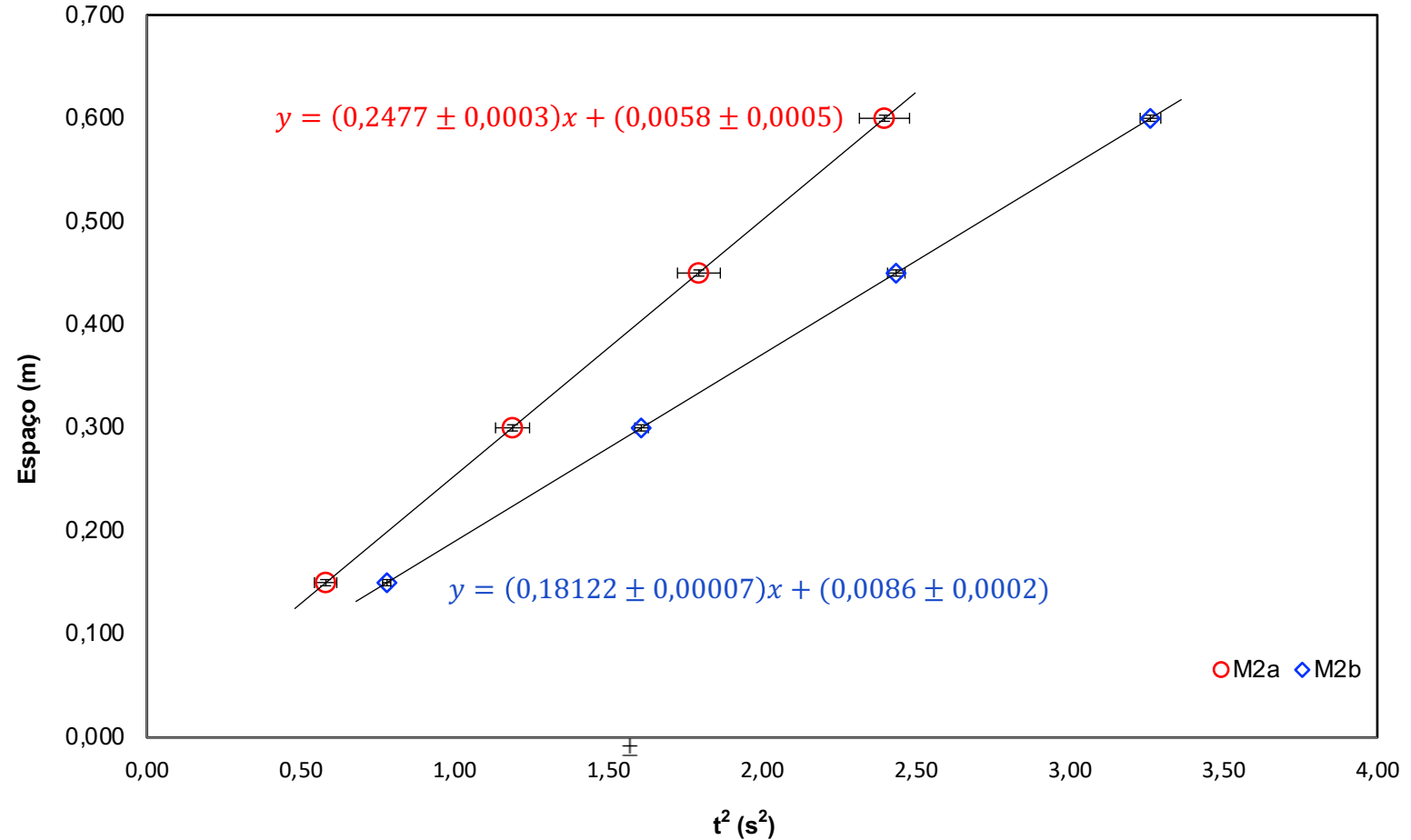


Figura 2 - Gráfico Espaço versus  $t^2$  - determinação das acelerações  $a_1$  e  $a_2$

***Obrigado!***