

# Laboratório de Física Moderna

## EXPERIÊNCIAS HISTÓRICAS SOBRE RADIAÇÃO TÉRMICA

### LEI DE IRRADIAÇÃO DE STEFAN-BOLTZMANN (Experiência A.4)

#### PRINCÍPIOS E OBJETIVOS

A lei de Stefan-Boltzmann, que relaciona a energia irradiada de um corpo, por unidade de área e por unidade de tempo, à quarta potência de sua temperatura absoluta, é verificada experimentalmente para um filamento de lâmpada incandescente.

#### TÓPICOS RELACIONADOS

Radiação térmica, lei de irradiância de Stefan-Boltzmann, emissão e absorção de radiação, efeitos termoeletrônicos, variação da resistividade elétrica com a temperatura.

#### EQUIPAMENTO

Lâmpada incandescente como fonte de radiação térmica. Fonte de tensão dc e ac, variável, para alimentação da lâmpada. Detector de radiação térmica (termopilha de Moll), com conversão de irradiância em tensão eficaz. Amplificador universal de medição. Multímetros digitais. Resistores lineares. Cabos, conectores e suportes. Trilho para alinhamento da termopilha e da fonte térmica.

#### TAREFAS EXPERIMENTAIS

1. Medir a resistência elétrica do filamento de tungstênio da lâmpada incandescente à temperatura ambiente e obter por extrapolação seu valor a 0°C.
2. Medir a potência irradiada pela lâmpada sobre a termopilha para diferentes valores de potência da lâmpada (tensão sobre o filamento e corrente através do filamento).
3. Assumindo um comportamento polinomial de segundo grau para a resistência elétrica do filamento em função da temperatura, verificar a lei de Stefan-Boltzmann.

#### PROCEDIMENTOS EM LABORATÓRIO

##### Medida da potência irradiada pela lâmpada sobre a termopilha:

1. O arranjo experimental encontra-se esquematizado na Fig. 1. A lâmpada incandescente deve ser conectada à fonte de tensão na saída AC. A corrente através do filamento ( $I_{\text{lâmp}}$ ) é medida com um amperímetro em série com a lâmpada, enquanto que a tensão nos terminais da lâmpada ( $V_{\text{lâmp}}$ , com valor máximo de 8 V) é medida com um voltímetro em paralelo com esta.
2. A potência térmica irradiada pela lâmpada é medida com auxílio de uma termopilha. A termopilha de Moll funciona como sensor de radiação em uma larga faixa espectral, com sensibilidade aproximadamente constante para comprimentos de onda entre 150 nm e 15  $\mu\text{m}$  ( $1,5 \times 10^5 - 1,5 \times 10^5 \text{ \AA}$ ). Um esquema do funcionamento da termopilha utilizada neste experimento está ilustrado na Fig. 2.

A área escurecida (com alta capacidade de absorção de radiação) possui vários termopares conectados em série, enquanto as junções de comparação são termicamente incrustadas no corpo da termopilha. O refletor cônico permite uma ampliação da área efetiva do detector iluminada pela radiação que se deseja examinar.

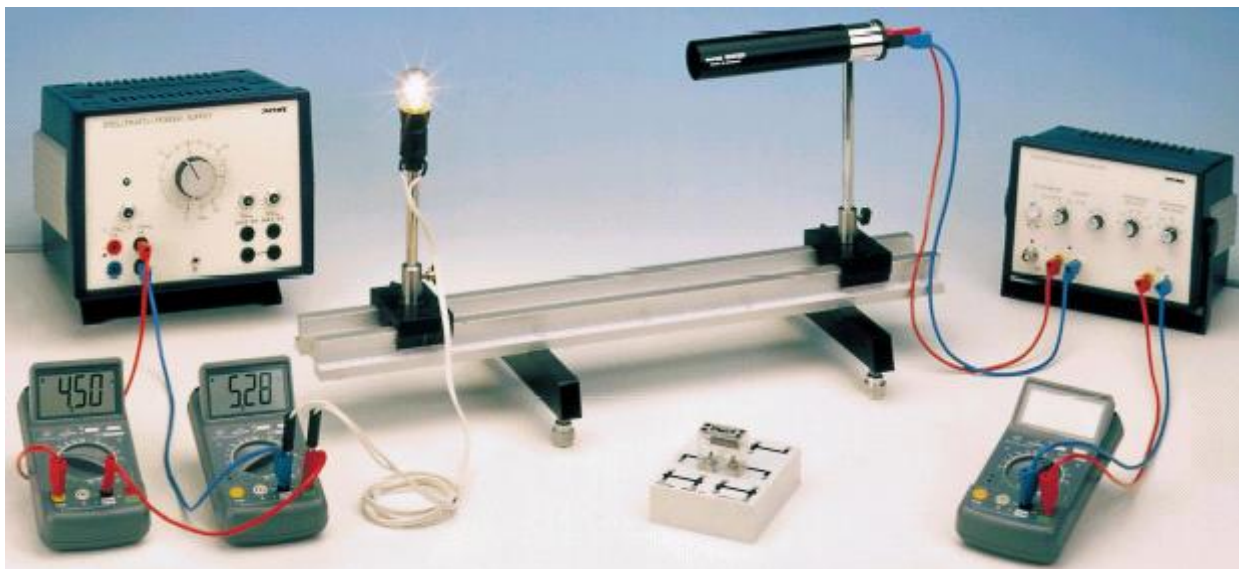


Fig. 1: Arranjo experimental para verificação da lei de Stefan-Boltzmann.

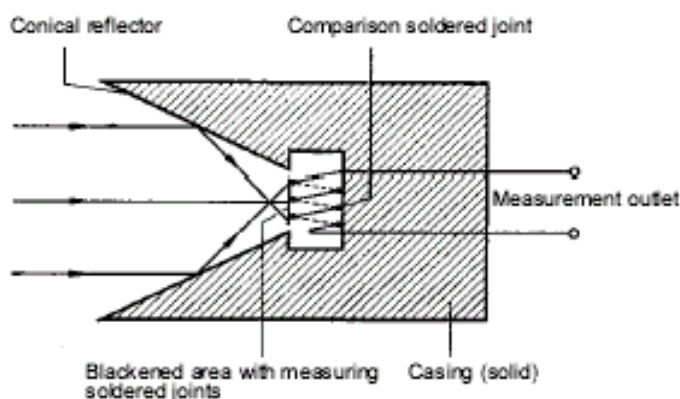


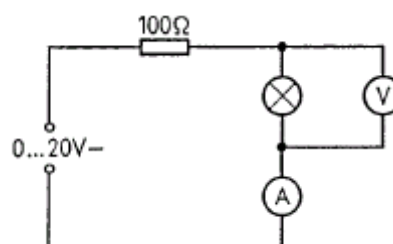
Fig. 2: Esquema do funcionamento da termopilha de Moll (seção longitudinal).

3. Posicione a termopilha a uma distância de cerca de 30 cm da lâmpada. Os terminais da termopilha devem ser conectados à entrada do amplificador universal de medição, o qual deve ser selecionado na opção “*Low Drift*” (resistência de entrada de  $10^4 \Omega$ ). O fator de amplificação deve ser igual  $10^2$  ou  $10^3$  e a constante de tempo (característica de um filtro passa-baixas) igual a 1s.
4. Com a lâmpada acesa com uma tensão intermediária (da ordem de 2 a 3 V), ajuste o alinhamento da termopilha em relação ao filamento. Inicialmente posicione a lâmpada de modo que o eixo do filamento incandescente (com formato aproximadamente cilíndrico) esteja perpendicular ao trilho ótico. Gire a seguir a termopilha (através da haste cilíndrica) para um lado e para o outro até que um sinal máximo seja detectado no voltímetro ligado à saída do amplificador de medição.
5. Antes de ser efetuada qualquer medida, é necessário eliminar ou reduzir ao máximo o sinal de fundo (“*background*”) detectado pela termopilha e medido no voltímetro conectado à saída do amplificador de medição. Esse *background* é devido à radiação ambiente (excluída a lâmpada) e

- possíveis ruídos introduzidos pelo sistema de amplificação. Para isso, apague a lâmpada e retire-a do trilho. Observe então a leitura no voltímetro conectado à saída do amplificador e ajuste o controle de zero do amplificador de forma a anular tal sinal. Se eventualmente o fator de amplificação ou a constante de tempo forem alterados durante a experiência, será necessário refazer esse ajuste.
6. Após a lâmpada ter sido reposicionada sobre o trilho, a leitura de tensão ( $V_{\text{tér}}m$ ) no voltímetro conectado à saída do amplificador de medição, a qual é proporcional à potência irradiada sobre a termopilha, pode ser efetuada sempre que a termopilha tenha atingido o equilíbrio (quando são obtidos valores estáveis de  $V_{\text{tér}}m$ ), o que demanda cerca de um minuto. Deve-se tomar cuidado ao efetuar as medidas para evitar ao máximo a presença de radiação de fundo.
  7. Varie progressivamente a tensão aplicada à lâmpada ( $V_{\text{lâmp}}$ ), registrando os valores dessa tensão, da corrente que passa pela lâmpada ( $I_{\text{lâmp}}$ ) e da tensão na saída do amplificador ( $V_{\text{tér}}m$ ). Efetue em torno de 10 a 15 medidas entre 8 e 2 V de tensão aplicada à lâmpada. Para tensões acima de 6 V, tome o cuidado de não permitir que a lâmpada fique acesa por muitos minutos, de modo a prolongar sua vida útil. Comece na ordem indicada (8 V  $\rightarrow$  2 V), para minimizar a possibilidade de erro.
  8. Retorne a tensão sobre a lâmpada para o valor nulo, aguarde a lâmpada retornar à temperatura ambiente, remova a lâmpada do trilho, verifique novamente o sinal de fundo e repita as medidas acima mais duas vezes (você terá portanto três conjuntos de medidas para possibilitar a determinação posterior de valores médios e incertezas).

Medida da resistência elétrica da lâmpada à temperatura ambiente:

9. Monte o circuito esquematizado na Fig. 3, onde o resistor de  $100 \Omega$  é conectado em série com a lâmpada para permitir um ajuste fino da corrente no circuito, além de limitar a corrente máxima através da lâmpada.
10. Meça a corrente e tensão indicadas nos multímetros para corrente entre 0 e 200 mA, valores que são suficientemente pequenos para evitar aquecimento apreciável do filamento da lâmpada. Efetue cerca de dez medidas no intervalo indicado.
11. Repita as medidas acima mais duas vezes, sempre desligando a tensão sobre a lâmpada e reiniciando a série de medidas.
12. Meça a resistência da lâmpada (fria) diretamente com um ohmímetro para posterior comparação.
13. Observe a temperatura ambiente no laboratório em um termômetro e anote o seu valor.



**Fig. 3:** Circuito utilizado para determinação da resistência elétrica da lâmpada à temperatura ambiente.

## CUIDADOS QUE DEVEM SER TOMADOS EM LABORATÓRIO

1. A termopilha de Moll é um equipamento delicado e frágil, cujo manuseio requer *atenção e cuidado* para evitar causar-lhe danos e prejuízo na qualidade das medidas efetuadas. A termopilha não pode, *em hipótese alguma*, sofrer impactos. Não toque nas superfícies de entrada da termopilha.
2. A lâmpada usada é de 6 V nominal, portanto não ultrapasse nunca o valor limite de 8 V. Com operações entre 6 e 8 V, evite que a lâmpada permaneça acesa por muito tempo (seja rápido).
3. As medidas feitas com os detectores de radiação do tipo termopilha são bastante sensíveis a alterações na temperatura ambiente, de modo que é conveniente mantê-los afastados de correntes de ar (principalmente provenientes de condicionadores de ar). Pelo mesmo motivo, não toque o invólucro da termopilha, utilizando sempre a haste cilíndrica para manuseá-la.
4. Lembre-se que qualquer objeto dentro da área de iluminação da termopilha e que esteja mais quente ou mais frio que ela pode influenciar na medida de  $V_{\text{tér.}}$ . Evite assim a presença de qualquer fonte de calor (inclusive partes do seu corpo) nas vizinhanças do tubo acoplado à termopilha.
5. Aguarde sempre alguns minutos para permitir que a termopilha atinja o equilíbrio térmico após ser irradiada, de modo que possam ser obtidos valores estáveis e confiáveis de tensão.
6. Repita periodicamente o ajuste de zero do sinal registrado pela termopilha.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1. A radiância espectral  $R_T(\lambda)$ , definida de forma que  $R_T(\lambda)d\lambda$  represente a energia emitida por unidade de tempo e por unidade de área por um corpo negro no intervalo de comprimento de onda de  $\lambda$  a  $\lambda + d\lambda$ , é descrita em função da temperatura absoluta  $T$  do corpo negro através da famosa lei da radiação térmica de Planck, dada por

$$R_T(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}, \quad (1)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz,  $h$  é a constante de Planck e  $k_B$  é a constante de Boltzmann.

2. Integrando a expressão acima para todos os comprimentos de onda, encontra-se a energia total por unidade de área e unidade de tempo emitida pelo corpo negro, denominada radiância  $\mathbf{R}_T$ . Com a definição de constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma \equiv 2\pi^5 k^4 / 15h^3 c^2$ , a relação entre  $\mathbf{R}_T$  e  $T$  é fornecida pela lei de Stefan-Boltzmann, a saber:

$$\mathbf{R}_T = \sigma T^4. \quad (2)$$

3. A proporcionalidade entre  $\mathbf{R}_T$  e  $T^4$ , que constitui a essência da lei de Stefan-Boltzmann, se mantém válida para um corpo não negro cuja superfície apresente um coeficiente de absorção independente do comprimento de onda e da temperatura em que ele se encontra (denominado “corpo cinza”), sendo que nesse caso a relação de proporcionalidade passa a ser escrita como

$$\mathbf{R}_T = \varepsilon \sigma T^4. \quad (3)$$

Aqui,  $\varepsilon$  representa a *emissividade* do corpo, um parâmetro que varia entre 0 e 1 e que caracteriza a capacidade de emissão e absorção de radiação do corpo considerado ( $\varepsilon = 1$  para um corpo negro ideal). Para metais polidos, por exemplo,  $\varepsilon \cong 0,05$  a temperaturas próximas da ambiente. Para o negro de fumo,  $\varepsilon \cong 0,95$  à temperatura ambiente (bastante próximo de um corpo negro). Para o tungstênio,  $\varepsilon \cong 0,35$  na temperatura de trabalho de lâmpadas comuns (em torno de 2.800°C).

4. A tensão  $V_{\text{tér}}m$  detectada pela termopilha é diretamente proporcional à diferença de temperatura entre a parte escurecida e o corpo da termopilha (ver Fig. 2), sendo esta por sua vez proporcional ao fluxo líquido de radiação através da área exposta da termopilha (ou seja, à diferença entre o fluxo de radiação luminosa incidente sobre a termopilha e o fluxo irradiado por ela). Supondo que tanto o filamento quanto a área exposta da termopilha se comportem como corpos cinzas, tem-se

$$V_{\text{tér}}m \propto (T^4 - T_{\text{amb}}^4) , \quad (4)$$

onde  $T_{\text{amb}}$  representa a temperatura ambiente (em K).

5. Se o termo envolvendo  $T_{\text{amb}}$  na Eq. (4) puder ser desprezado em comparação com aquele envolvendo  $T$ , o que é razoável para as altas temperaturas de operação do filamento, então um gráfico com logaritmação dupla nos dois eixos (dilog, ou log-log) de  $V_{\text{tér}}m$  em função de  $T$  deverá fornecer uma reta com coeficiente angular  $m$  esperado igual a 4 ( $C$ , abaixo, é uma constante qualquer):

$$\log V_{\text{tér}}m = 4 \log T + C . \quad (5)$$

6. A temperatura  $T$  do filamento é determinada nesta prática a partir da medida da resistência elétrica  $R_{\text{lâmp}}$  do filamento aquecido (obtida diretamente a partir da relação entre  $V_{\text{lâmp}}$  e  $I_{\text{lâmp}}$ ) e supondo uma dependência quadrática de  $R_{\text{lâmp}}$  em função de  $T$ :

$$R_{\text{lâmp}}(t) = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2) . \quad (6)$$

Na equação acima,  $t$  é a temperatura do filamento em °C ( $t = T - 273,15$ ),  $R_0$  é a resistência elétrica do filamento à temperatura de 0°C, e  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes características do material. Use os valores  $\alpha = 4,82 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  e  $\beta = 6,76 \times 10^{-7} \text{ K}^{-2}$  para o filamento de tungstênio utilizado.

## QUESTÕES E CONCEITOS A SEREM PREVIAMENTE COMPREENDIDOS

1. Deduza a lei de Stefan-Boltzmann (Eq. 2) a partir da lei de radiação térmica de Planck (Eq. 1) e calcule o valor numérico da constante de Stefan-Boltzmann ( $\sigma$ ).
2. O crescimento de  $R_{\text{lâmp}}$  em função de  $T$  (descrito para o filamento de tungstênio pela Eq. 6) é um comportamento obtido empiricamente ou baseado em alguma lei física fundamental? Ele vale para todos os materiais? Se não, discuta para quais tipos de materiais o comportamento descrito se verifica. Qual a explicação física para o aumento da resistividade elétrica à medida que a temperatura aumenta nesses materiais?
3. Encontre uma justificativa plausível para a Eq. 3.

## PROCEDIMENTOS E CÁLCULOS A SEREM EFETUADOS NO RELATÓRIO

*Determinação da resistência elétrica do filamento a 0 °C ( $R_0$ ):*

1. Organize em tabela os valores de  $V_{\text{lâmp}}$  e  $I_{\text{lâmp}}$  medidos com a lâmpada na condição fria (corrente limitada a 200 mA) . Utilize as diferentes medidas para obter valores médios com incertezas.
2. Faça um gráfico de  $V_{\text{lâmp}}$  em função de  $I_{\text{lâmp}}$  para a lâmpada, incluindo as barras de incerteza.
3. Determine, por ajuste linear, a resistência elétrica do filamento da lâmpada à temperatura ambiente ( $R_{\text{amb}}$ ). Compare com o valor medido diretamente com o ohmímetro em laboratório.
4. Utilize o valor encontrado de  $R_{\text{amb}}$  à temperatura ambiente para determinar o valor de  $R_0$  (resistência elétrica do filamento a 0°C), através da Eq. 6.
5. Obtenha a partir da Eq. 6 uma relação que permita determinar a temperatura absoluta  $T$  do filamento em função da sua resistência elétrica  $R_{\text{lâmp}}$  medida em laboratório (você terá que resolver uma equação do segundo grau).

*Verificação da Lei de Stefan-Boltzmann:*

6. Organize em tabelas os valores de  $V_{\text{lâmp}}$ ,  $I_{\text{lâmp}}$ ,  $R_{\text{lâmp}}$ ,  $T$  e  $V_{\text{térn}}$ . (Os valores de  $T$  deverão ser obtidos a partir de  $R_{\text{lâmp}}$  utilizando a equação obtida no item 5). Apresente inicialmente os três conjuntos de medidas feitos em laboratório e a seguir utilize essas diferentes medidas para obter valores médios com incertezas.
7. Faça um gráfico dílog de  $V_{\text{térn}}$  em função de  $T$  (incluindo as barras de incerteza). Você pode optar por utilizar escalas duplamente logarítmicas (como num papel “di-log”) ou por colocar no gráfico em escalas lineares os valores de  $\log V_{\text{térn}}$  versus  $\log T$  (propagando as respectivas incertezas).
8. Determine por ajuste linear o coeficiente angular da reta que melhor se ajusta aos pontos experimentais. Discuta o resultado obtido, à luz da declividade encontrada.
9. Os pontos obtidos no gráfico acima usualmente mostram uma alteração de inclinação à medida que  $T$  varia. Determine o coeficiente angular da reta que melhor se ajusta à porção final dos pontos experimentais (obtidos em temperaturas mais altas) e discuta o resultado obtido, comparando-o com o valor esperado de acordo com a lei de Stefan-Boltzmann.

## DISCUSSÕES ADICIONAIS

1. Discuta as principais fontes de erro envolvidas nesta prática, tais como: a determinação da temperatura do filamento através da Eq. 6, aproximação envolvida na passagem da Eq. 4 para a Eq. 5, a aproximação de emissividade constante para o filamento (desprezando a sua dependência com o comprimento de onda e com a temperatura), etc. Em que essas aproximações influenciaram nos resultados obtidos?
2. Em sua opinião, os resultados obtidos nesta prática são conclusivos para a verificação da lei de Stefan-Boltzmann (dependência da radiância com a quarta potência da temperatura absoluta)? Discuta, com base nos gráficos traçados e nos valores encontrados para os coeficientes angulares.
3. Explique como se poderia utilizar o coeficiente angular obtido gráfico de  $V_{\text{term}} \times T^4$  para a determinação experimental do valor da constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma$ . Quais parâmetros experimentais deveriam ser conhecidos para isso?
4. Explique em que consiste a tensão termoelétrica, na qual se baseia o princípio de operação de uma termopilha. Porque a termopilha é denominada de “termopilha de Moll”?
5. Explique como funciona um pirômetro ótico e como ele pode ser usado para a medida de altas temperaturas, onde outros processos diretos de medição não são apropriados.

## BIBLIOGRAFIA

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de Física, Vols. 3 e 4, LTC, 4<sup>a</sup> ed., Rio de Janeiro, 1993.
2. M. W. Zemansky, Calor e Termodinâmica, Ed. Guanabara Dois S. A., Rio de Janeiro, 1978.
3. R. Eisberg, R. Resnick, Física Quântica, Ed. Campus, Rio de Janeiro, 1979.
4. Laboratory Experiments in Physics, 3.5.01, Phywe Systeme GmbH, Göttingen, 1999.
5. Black body light source for the OS-8539 educational spectrophotometer, Manual de instruções – PASCO Scientific, 1999.
6. F. Reif, Fundamentals of Statistical and Thermal Physics, McGraw Hill, Singapore, 1985.
7. Sérgio M. Rezende, A Física dos Materiais e Dispositivos Eletrônicos. Ed. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1996.
8. F. A. Jenkins, H. White, Fundamentals of Optics, McGraw Hill, Singapore, 1976.
9. J. Goldemberg, Física Geral e Experimental, 3<sup>o</sup> Vol, Ed. da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1973.
10. D. MacIsaac, G. Kanner, G. Anderson, “Basic physics of the incandescent lamp (lightbulb)”, *The Physics Teacher*, Vol. 37, pp. 520-525, 1999.

Redação: Prof. Jair C. C. Freitas e Rogério N. Suave.

## FOLHA DE DADOS

### Lei de Stefan-Boltzmann

Medida da potência irradiada pela lâmpada sobre a termopilha:

Série 1:

$V_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$I_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$V_{\text{term}}$ ( ____ )

$V_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$I_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$V_{\text{term}}$ ( ____ )

Série 2:

$V_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$I_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$V_{\text{term}}$ ( ____ )

$V_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$I_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$V_{\text{term}}$ ( ____ )

Série 3:

$V_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$I_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$V_{\text{term}}$ ( ____ )

$V_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$I_{\text{lâmp}}$ ( ____ )	$V_{\text{term}}$ ( ____ )

Incertezas instrumentais: Tensão: \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_ )      Corrente: \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_ )



