Programa de Pós-graduação em Física – UFES

Exame de Seleção – 10/03/2014 (Teoria Eletromagnética)

Questão 1

(a) *(2,5)* Para um campo magnético uniforme e independente do tempo, $\vec{B}(\vec{r},t)=\vec{B}_0$, verifique que é possível a escolha de um potencial vetorial magnético da forma $\vec{A}=\alpha\vec{r}\times\vec{B}_0$ e determine o valor da constante α.

(b) *(2,5)* Escolha um segundo potencial vetorial magnético ($\vec{A}'$) para o mesmo campo magnético $\vec{B}(\vec{r},t)=\vec{B}_0$, obedecendo à condição de que o novo potencial deve ser diferente do potencial $\vec{A}$ dado acima por um termo não constante. Ou seja $\vec{A}'=\vec{A}+\vec{c}(\vec{r})$, onde $\vec{c}(\vec{r})$ é um campo vetorial não constante e que deve ser escolhido.

Identidades e teoremas de cálculo vetorial:

(1) $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=\mathbf{B}\cdot(\mathbf{C}\times\mathbf{A})=\mathbf{C}\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B})$

(2) $\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=\mathbf{B}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})-\mathbf{C}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})$

(3) $\nabla(fg)=f(\nabla g)+g(\nabla f)$

(4) $\nabla(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})=\mathbf{A}\times(\nabla\times\mathbf{B})+\mathbf{B}\times(\nabla\times\mathbf{A})+(\mathbf{A}\cdot\nabla)\mathbf{B}+(\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{A}$

(5) $\nabla\cdot(f\mathbf{A})=f(\nabla\cdot\mathbf{A})+\mathbf{A}\cdot(\nabla f)$

(6) $\nabla\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B})=\mathbf{B}\cdot(\nabla\times\mathbf{A})-\mathbf{A}\cdot(\nabla\times\mathbf{B})$

(7) $\nabla\times(f\mathbf{A})=f(\nabla\times\mathbf{A})-\mathbf{A}\times(\nabla f)$

(8) $\nabla\times(\mathbf{A}\times\mathbf{B})=(\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{A}-(\mathbf{A}\cdot\nabla)\mathbf{B}+\mathbf{A}(\nabla\cdot\mathbf{B})-\mathbf{B}(\nabla\cdot\mathbf{A})$

(9) $\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{A})=0$

(10) $\nabla\times(\nabla f)=0$

(11) $\nabla\times(\nabla\times\mathbf{A})=\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A})-\nabla^2\mathbf{A}$

$\int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}}(\nabla f)\cdot d\mathbf{l}=f(\mathbf{b})-f(\mathbf{a})$

$\int(\nabla\cdot\mathbf{A})\,d\tau=\oint\mathbf{A}\cdot d\mathbf{a}$

$\int(\nabla\times\mathbf{A})\cdot d\mathbf{a}=\oint\mathbf{A}\cdot d\mathbf{l}$

Programa de Pós-graduação em Física – UFES

Exame de Seleção – 10/03/2014 (Teoria Eletromagnética)

Questão 2

Resolva a questão abaixo de acordo com o a proposta enunciada e justificando claramente as passagens.

(5,0) Utilizando a Lei de Biot-Savart, encontre o campo magnético a uma distância ***s*** de um longo fio reto onde passa uma corrente ***I*** constante (Fig.01).

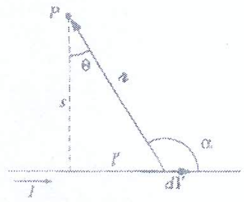

Fig.01

Programa de Pós-graduação em Física – UFES

Exame de Seleção – 10/03/2014 (Mecânica Quântica)

Questão 3

a) *(2,5)* Prove que

$$\frac{\partial(\psi^*\psi)}{\partial t} + \frac{i\hbar}{2m}\vec{\nabla}\cdot\left(\psi\vec{\nabla}\psi^* - \psi^*\vec{\nabla}\psi\right) = 0,$$

onde $\psi = \psi(\vec{r}, t)$ é solução da equação de Schroedinger para uma partícula de massa m.

b) *(2,5)* Calcule a densidade de corrente de probabilidade para a função de onda esférica

$$\varphi = \frac{e^{ikr}}{r},$$

onde $\vec{k} = k\hat{r}$ e $\vec{p} = \hbar\vec{k}$.